



Shofia Hidayah¹
 Siti Nur Laeli²
 Nur Hidayati³

ANALISIS KESALAHAN MAHASISWA DALAM MENYELESAIKAN SOAL INDUKSI MATEMATIKA

Abstrak

Penelitian ini bertujuan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika. Jenis penelitian ini adalah penelitian kualitatif. Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode tes dan wawancara. Kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tes dikategorikan ke dalam jenis kesalahan konseptual, prosedural, dan teknik. Penelitian ini melibatkan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Nurul Jadid Paiton Probolinggo semester IV Tahun Ajaran 2021/2022 sebanyak 22 mahasiswa. Tiga mahasiswa dipilih sebagai subjek penelitian, dimana satu mahasiswa mewakili masing-masing kelompok kemampuan kognitif (tinggi, sedang, dan rendah). Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa jenis kesalahan konseptual berupa kesalahan pada konsep deret bilangan dilakukan oleh subjek berkemampuan kognitif sedang dan kesalahan pada konsep aljabar dilakukan oleh subjek berkemampuan rendah. Jenis kesalahan prosedural yaitu tidak menuliskan kesimpulan akhir dari pembuktian suatu pernyataan dilakukan oleh subjek berkemampuan kognitif tinggi, sedang, dan rendah. Jenis kesalahan teknik berupa kesalahan dalam melakukan perhitungan yang disebabkan oleh faktor kecerobohan dilakukan oleh subjek berkemampuan kognitif tinggi dan rendah.

Kata Kunci: Analisis, Kesalahan, Induksi Matematika

Abstract

This study aims to describe the result of analysis of students' error in mathematical induction problem. This research is qualitative research. This research used test and interview methods. Students' error in completing test problems were categorized into conceptual, procedure, and technical error. This research is conducted to the students of fourth semester of Mathematics Education Courses of Nurul Jadid University Paiton Probolinggo academic year 2021/2022 involving 22 students. Three students were chosen as subjects, which one student represent each cognitive skills group (high, medium, and low). Result of this research showed that the conceptual error were like a number series concept error made by medium cognitive skill subject and algebra concept error made by low cognitive skill subject. The procedural error was didn't write the conclusion of proof a statement made by high, medium, and low cognitive skill subject. Technical error was like calculations error caused by carelessness made by high and low cognitive skill subject.

Keywords: Analysis, Error, Mathematical Induction

^{1,2,3}Universitas Nurul Jadid
 e-mail: shofiahidayah@unuja.ac.id

PENDAHULUAN

Analisis Real adalah salah satu mata kuliah wajib bagi mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika Universitas Nurul Jadid Paiton Probolinggo. Tujuan mata kuliah ini yaitu supaya mahasiswa mempunyai kemampuan untuk bernalar secara kritis, menguasai logika berfikir matematis, dan mampu membuktikan teorema-teorema matematika secara analitis dan sistematis. Salah satu materi pada mata kuliah Analisis Real adalah Induksi Matematika.

Induksi Matematika adalah metode pembuktian yang berguna untuk membuktikan pernyataan matematika berkaitan dengan bilangan asli (Astawa, dkk, 2020). Proses pembuktian dengan induksi matematika terdiri atas dua langkah utama yaitu langkah dasar (*basic step*) dan langkah induksi (*induction step*) (Hine, 2017). Langkah-langkah pembuktian dengan Induksi Matematika dapat melatih kemampuan analisis mahasiswa. Materi ini sudah dipelajari mahasiswa pada jenjang Sekolah Menengah Atas (SMA). Namun, materi ini seringkali masih dianggap sulit oleh mahasiswa. Hal ini terbukti berdasarkan hasil penelitian Ardiawan (2015), Fajri, dkk (2019), Walida & Hasana (2020), serta Atiqoh & Hafiz (2021) yang menyatakan bahwa banyak mahasiswa yang masih melakukan kesalahan dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika. Apabila kesalahan tersebut dibiarkan begitu saja tanpa adanya perbaikan maka mahasiswa akan terus mengalami kesulitan saat membuktikan pernyataan matematika menggunakan metode Induksi Matematika. Oleh karena itu, kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika perlu dianalisis sehingga dosen mampu menemukan solusi yang tepat untuk mengatasinya.

Menurut Kamus Besar Bahasa Indonesia, kesalahan berarti kekeliruan atau suatu perbuatan yang salah. Kesalahan juga dapat diartikan sebagai penyimpangan dari hal yang bersifat sistematis dan konsisten (Sukirman, 2012). Kesalahan yang dilakukan saat menyelesaikan soal matematika pada umumnya disebabkan oleh ketidakpahaman terhadap simbol, proses perhitungan yang keliru, serta prosedur penyelesaian yang kurang tepat (Abdurrahman, 2012). Dengan demikian, yang dimaksud kesalahan dalam penelitian ini adalah penyimpangan terhadap jawaban sebenarnya yang bersifat sistematis dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika.

Beberapa teori yang dapat digunakan untuk menganalisis kesalahan dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika meliputi: teori Newman, teori Polya, dan Teori Kastolan. Teori Newman terdiri atas 5 jenis kesalahan yaitu *reading*, *comprehension*, *transformation*, *process skill*, dan *encoding error* (Ahmadi, dkk, 2018; Pomalato, dkk, 2020). Teori Polya terdiri atas 4 jenis kesalahan yaitu kesalahan memahami, kesalahan merencanakan, kesalahan melaksanakan rencana, dan kesalahan memeriksa kembali solusi yang diperoleh (Bani & Ate, 2020; Suharti, dkk, 2021). Teori Kastolan terdiri atas 3 jenis kesalahan yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik (Ernawati & Ilhamuddin, 2020). Teori yang digunakan untuk menganalisis kesalahan mahasiswa pada penelitian ini adalah teori kesalahan Kastolan. Kesalahan konseptual adalah kesalahan dalam menafsirkan istilah, sifat, fakta, konsep, dan prinsip. Kesalahan prosedural adalah kesalahan dalam menyusun simbol dan kesalahan pada langkah peraturan yang tidak hierarki dan sistematis dalam menyelesaikan suatu soal. Kesalahan teknik seperti kesalahan dalam penulisan variabel dan kesalahan dalam melakukan perhitungan saat menyelesaikan soal (Natsir, dkk, 2016). Dengan demikian kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika pada penelitian ini akan dikategorikan menjadi 3 jenis kesalahan yaitu kesalahan konseptual, kesalahan prosedural, dan kesalahan teknik.

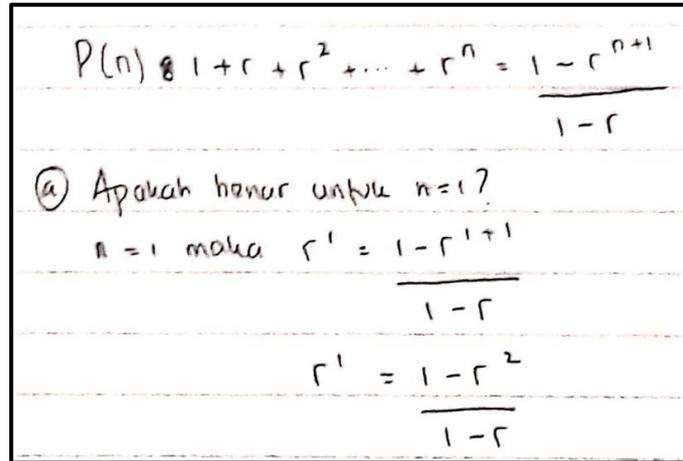
METODE

Pada penelitian ini peneliti menggunakan jenis penelitian kualitatif. Penelitian kualitatif merupakan prosedur penelitian yang menghasilkan data deskriptif berupa kata-kata tertulis orang-orang atau perilaku yang diamati (Nugrahani, 2014). Sejalan dengan pendapat tersebut, maka alasan digunakannya jenis penelitian kualitatif pada penelitian ini adalah karena penelitian ini bertujuan untuk mendeskripsikan kategori kesalahan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika. Hasil penelitian yang diperoleh adalah berupa kata-kata tertulis dari subjek yang diamati bukan berupa angka, sehingga penelitian jenis kualitatif dipandang sesuai dengan penelitian ini.

Penelitian ini dilaksanakan di Universitas Nurul Jadid Paiton Probolinggo pada Tahun Ajaran 2021/2022. Penelitian ini melibatkan mahasiswa Program Studi Pendidikan Matematika

Universitas Nurul Jadid Paiton Probolinggo semester IV Tahun Ajaran 2021/2022 sebanyak 22 mahasiswa. Berdasarkan hasil pekerjaan mahasiswa dalam menyelesaikan soal tes, 22 mahasiswa tersebut dikelompokkan ke dalam tiga kemampuan kognitif yaitu kemampuan kognitif tinggi (M1), sedang (M2), dan rendah (M3). Subjek pada penelitian ini terdiri dari 3 mahasiswa dimana masing-masing mahasiswa mewakili kelompok kemampuan kognitif. Selanjutnya, wawancara dilakukan untuk mengklarifikasi kesalahan yang dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal Induksi Matematika.

HASIL DAN PEMBAHASAN



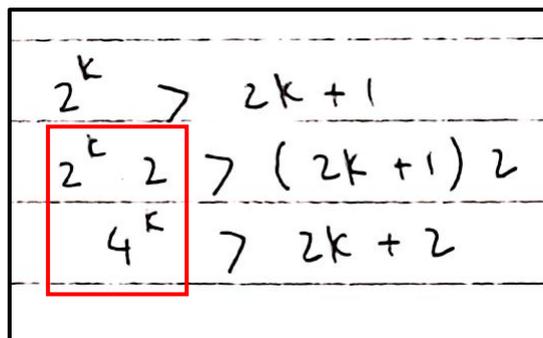
Gambar 1. Hasil Pekerjaan M2 Soal Nomor 2

Jenis kesalahan konseptual dilakukan oleh M2 pada soal nomor 2 dan M3 pada soal nomor 1. Dari **Gambar 1** diperoleh informasi M2 pada soal nomor 2 menuliskan $P(n)$ pada $n = 1$ dengan mensubstitusikan nilai $n = 1$ pada r^n . Hal ini tidak sejalan dengan konsep deret bilangan pada soal, untuk deret bilangan saat $n = 1$ seharusnya $1 + r$, sehingga pernyataannya menjadi sebagai berikut.

$$P(1): 1 + r = \frac{1 - r^{1+1}}{1 - r}$$

$$1 + r = \frac{(1 - r)(1 + r)}{1 - r}$$

Penjelasan M2 saat wawancara menyatakan hal yang sejalan dengan hasil pekerjaannya pada lembar jawaban soal, yaitu M2 menganggap jika substitusi $P(n)$ pada kasus ini hanya berlaku untuk satu suku yaitu untuk $n = 1$. Kesalahan konseptual yang dilakukan M2 pada kasus ini terletak pada langkah dasar induksi matematika (*basic step*) yang dapat mempengaruhi kevalidan pembuktian dengan induksi matematika. Hal ini sejalan dengan pendapat Atiqoh & Hafiz (2021) yang menyatakan bahwa jika pada langkah dasar (*basic step*) pada induksi matematika keliru maka keseluruhan langkah induksi matematika yang dilakukan dapat dianggap tidak valid.



Gambar 2. Hasil Pekerjaan M3 pada Soal Nomor 1

Berdasarkan **Gambar 2** diperoleh informasi bahwa dalam menyelesaikan soal nomor 1 pada langkah induksi M3 menuliskan $2^k \cdot 2 = 4^k$. Saat wawancara pun M3 yakin bahwa nilai dari $2^k \cdot 2 = 4^k$. Tentu saja hal tersebut tidak sesuai dengan konsep dasar aljabar, seharusnya $2^k \cdot 2 = 2^{k+1}$. Dengan demikian, kesalahan ini dapat dinyatakan sebagai kesalahan pada konsep aljabar. Kesalahan pada konsep aljabar merupakan kesalahan yang paling banyak dilakukan mahasiswa dalam menyelesaikan soal induksi matematika (Walida & Hasana, 2020).

Jenis kesalahan prosedural dilakukan oleh M1, M2, dan M3 pada soal nomor 1 dan 2. Berdasarkan hasil pekerjaan M1, M2, dan M3 diperoleh informasi bahwa ketiga subjek tidak menuliskan kesimpulan akhir dari proses pembuktian yang telah dilakukan pada soal nomor 1 dan 2. Saat wawancara, ketiga subjek menjelaskan bahwa mereka tidak terbiasa menuliskan kesimpulan akhir sebagai penutup dari suatu pembuktian pernyataan. Kesimpulan akhir dari proses pembuktian suatu pernyataan perlu dituliskan, hal ini sejalan dengan pernyataan Putri (2016) bahwa penulisan kesimpulan akhir dari suatu pembuktian pernyataan diperlukan karena sebagai penegasan bahwa pernyataan tersebut telah terbukti benar.

$$2^k > 2k + 1$$

$$2^k \cdot 2 > (2k + 1) \cdot 2$$

$$2^{k+1} > 4k + 1$$

Gambar 3. Hasil Pekerjaan M1 pada Soal Nomor 1

$$2^k > 2k + 1$$

$$2^k \cdot 2 > (2k + 1) \cdot 2$$

$$4^k > 2k + 2$$

Gambar 3. Hasil Pekerjaan M3 pada Soal Nomor 1

Jenis kesalahan teknik dilakukan oleh M1 dan M3 pada soal nomor 1. Berdasarkan hasil pekerjaan M1 dan M3 kesalahan teknik yang dimaksud adalah kesalahan subjek dalam melakukan perhitungan seperti pada **Gambar 3** dan **Gambar 4**. Kesalahan ini terjadi karena faktor kecerobohan yang dilakukan subjek. Ketika wawancara, saat diminta untuk mengecek kembali pekerjaannya subjek dengan sendirinya dapat menyadari kesalahannya dan dapat memperbaiki kesalahannya pada **Gambar 3** dan **Gambar 4**. Hal ini sesuai dengan penelitian Ardiawan (2015) yang menyatakan bahwa dalam pembuktian induksi matematika seringkali dijumpai kesalahan perhitungan yang dilakukan oleh mahasiswa.

UCAPAN TERIMA KASIH

Terimakasih kepada Universitas Nurul Jadid yang telah memberikan kesempatan kepada peneliti untuk terus mengembangkan diri dalam bidang penelitian.

SIMPULAN

Kesimpulan dari penelitian ini yaitu jenis kesalahan konseptual berupa kesalahan pada konsep deret bilangan dilakukan oleh subjek berkemampuan kognitif sedang dan kesalahan pada konsep aljabar dilakukan oleh subjek berkemampuan rendah. Jenis kesalahan prosedural yaitu tidak menuliskan kesimpulan akhir dari pembuktian suatu pernyataan dilakukan oleh subjek berkemampuan kognitif tinggi, sedang, dan rendah. Jenis kesalahan teknik berupa kesalahan dalam melakukan perhitungan yang disebabkan oleh faktor kecerobohan dilakukan oleh subjek berkemampuan kognitif tinggi dan rendah.

DAFTAR PUSTAKA

- Abdurrahman, M. (2012). *Pendidikan Bagi Anak Berkesulitan Belajar*. Jakarta: Rineka Cipta.
- Ahmadi, Y., Kusumah, Y.S., & Jupri, A. (2019). Analysis of High School Students' Errors in Mathematical Proving: The Case of Mathematical Induction. *Journal of Physics: Conf. Series*. 1211 012068.
- Ardiawan, Y. (2015). Analisis Kesalahan Mahasiswa dalam Menyelesaikan Soal Induksi Matematika di IKIP PGRI Pontianak. *Jurnal Pendidikan Informatika dan Sains*, 4(1), 147-163.
- Atiqoh, K.S.N., & Hafiz, M. (2021). Miskonsepsi Mahasiswa pada Induksi Matematika Menggunakan *Certainty of response Index* (CRI). *Jurnal Padeagogik*, 4(2), 43-51.
- Bani, Y., & Ate, D. (2020). Analisis Kesalahan Siswa SMAN 1 Kota Tambolaka dalam Menyelesaikan Soal matematika pada pokok Bahasan Induksi Matematika dengan Panduan Kriteria Polya. *Jurnal Penelitian Pendidikan Matematika Sumba*, 2(1), 196-205.
- Ernawati & Ilhamuddin. (2020). Deskripsi Kesalahan Siswa dalam Menyelesaikan Soal Matematika Pokok Bahasan Induksi Matematika. *Delta-Pi: Jurnal Matematika dan Pendidikan Matematika*, 9(2), 79-91.
- Fajri, N., Nasriadi, A., & Nirmala, D. (2019). Analisis Kesalahan Konsep Mahasiswa pada Pokok Bahasan Induksi Matematika di STKIP Bina Bangsa Gesempena Banda Aceh. *Jurnal Numeracy*, 6(2), 164-171.
- Hine, G. (2017). Proof by Mathematical Induction: Professional Practice for Secondary Teachers. *Proceedings of the 26th Biennial Conference of the Australian Association of Mathematics Teachers*, 117-124.
- Nugrahani, F. (2014). *Metode Penelitian Kualitatif*. Solo: Cakra Books.
- Natsir, N., Tandiyuk, M.B., & Karniman, T.S. (2016). Profil Kesalahan Konseptual dan Prosedural dalam Menyelesaikan Soal Cerita Himpunan di kelas VII SMPN 1 SINIU. *Jurnal Elektronik Pendidikan Matematika Tadulako*, 3(4).
- Pomalato, S.W.D., Ili, L., Ningsi, B.A., Fadhilaturrahmi, Hasibuan, A.T., & Primayana, K.H. (2020). Student Error Analysis in Solving Mathematical Problems. *Universal Journal of Educational Research*, 8(11), 5183-5187.
- Suharti, Nur, F., & Alim, B. (2021). Polya Steps for Analysis Errors in Mathematical Problem Solving. *Al-Ishlah: Jurnal Pendidikan*, 13(1), 741-748.
- Sukirman. (2012). *Matematika*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Walida, S.E., & Hasana, S.N. (2020). The Identification of Students' Misconceptions in Mathematical Induction. *Journal of Education and Learning Mathematics Research (JELMaR)*, 1(2), 50-57 .